

3. cvičení z Matematiky 2

Matěj Novotný

9.3.2016

Úlohy na cvičení

G1 Vyšetřete existenci limit.

$$\begin{aligned} a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}, \quad b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x + y)}{x + y}, \quad c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2}, \quad d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x - y}{x^2 + y^2}, \\ e) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{x^2 + 2y^2}, \quad f) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (1,1,1)} \frac{xz^2 - y^2z}{xyz - 1}, \quad g) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2)^{x^2 y^2}, \quad h) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xy + yz + xz}{x^2 + y^2 + z^2} \end{aligned}$$

Úlohy na samostatné počítání

S1 Rozhodněte, zda lze následující funkce spojitě dodefinovat na celé \mathbb{R}^2 (\mathbb{R}^3).

$$\begin{aligned} a) f(x, y) = \frac{x^2 + xy}{x^2 + y^2}, \quad b) f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, \quad c) f(x, y) = \frac{2x + y^2}{|x| + |y|}, \quad d) f(x, y) = \frac{3xy - y^2}{\sqrt{2x^2 + y^2}}, \\ e) f(x, y) = \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2}, \quad f) f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + y^4}, \quad g) f(x, y) = \frac{x^6 + y^6}{x^4 + y^4}, \quad h) f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2 + y^2 + z^2}. \end{aligned}$$

S2 Rozhodněte, zda lze funkce spojitě dodefinovat.

$$a) f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad b) f(x, y) = \frac{y^3}{x^2 + y^2}, \quad c) f(x, y) = \frac{\sin(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad d) f(x, y) = \frac{\cos(xy) - 1}{x^2 + y^2}.$$